Prüfung Netzwerke und Schaltungen I

24.08.2020

Name, Vorname:	Mustermann, Max
Matrikelnummer:	01-568-287
Prüfungscode:	1561237

Berücksichtigen Sie folgende Informationen:

- Bitte legen Sie während der Prüfung Ihre ETH-Karte (Legi) gut sichtbar auf den Tisch, damit wir Ihre Anwesenheit prüfen können.
- Die Prüfung ist einseitig bedruckt, kontrollieren Sie die Vollständigkeit (26 Seiten) und die Einheitlichkeit von MC Version und Prüfungscode in der Fusszeile auf allen Blättern.
- Schreiben Sie Ihre Antworten direkt unterhalb der Aufgabenstellung, sollten Sie zu wenig Platz haben darf auch die Rückseite des jeweiligen Blattes verwendet werden. Kennzeichnen Sie dies in der jeweiligen Teilaufgabe.
- Bitte benutzen Sie keinen Bleistift – sondern blaue oder schwarze Kugelschreiber/Tinte (dokumentenecht). Auf gar keinen Fall Rot oder Grün.
- Schreiben Sie bitte leserlich. Wir können nur Punkte geben für eindeutig lesbares.
- Die Herleitung muss klar erkennbar sein. Ein numerisches Endergebnis ohne Herleitung wird nicht gewertet. Korrekte Herleitungen werden auch dann positiv berücksichtigt, wenn das numerische Endergebnis falsch sein sollte. Definieren Sie alle verwendeten Variablen und vereinfachen Sie die Resultate soweit wie möglich.
- Sie sind verantwortlich, dass alle Blätter abgegeben sind. Legen Sie diese dazu am Ende der Prüfung in den Umschlag und kleben Sie diesen zu. Spätere Nachreichungen werden nicht berücksichtigt. Die Aufgabenstellung inklusive Ihrer Antworten muss am Ende der Prüfung komplett abgegeben werden.
- erlaubte Hilfsmittel: Textbuch Albach *Elektrotechnik*, nicht-programmierbarer Taschenrechner, Wörterbücher, Formelsammlung (max. 2 Seiten A4 = 1 Blatt) ALLES ohne Notizen zu Übungen und alten Klausuren.
- Teilaufgaben welche mit x)✓ markiert sind können unabhängig voneinander gelöst werden.
- Bei den Verständnisfragen ist für jede Teilfrage genau **eine** Antwort richtig. Markieren Sie diese **eindeutig** auf dem Antwortblatt. Bei Single-Choice Fragen (SC) ist genau eine Antwort richtig, ist mehr als eine oder keine Antwort markiert gibt es Null Punkte. Bei kPrime Fragen (kP) ist in jedem Fall richtig oder falsch zu markieren. Die volle Punktzahl gibt es dabei bei 4 korrekten Aussagen, bei 3 korrekten Aussagen gibt es die halbe Punktzahl und bei 2 oder weniger Null Punkte.

Bemerkung

Die folgende Musterlösung wurde von David & Lukas Pahl erstellt. Zusätzlich zum Lösungsweg enthält sie ausführliche Erklärungen und Hinweise.

Kontakt: pahld@ethz.ch pahll@ethz.ch

Materialübersicht

Theorie Skript

Begleitaufgaben

Prüfungslösungen

Methoden für Prüfungsaufgaben

Prüfung Netzwerke und Schaltungen I

24.08.2020

Prüfungscode: 1561237

		1. Korr.	Vis.	2. Korr.	Vis.
Aufgabe 1	(21)				
Aufgabe 2	(18)				
Aufgabe 3	(17)				
Aufgabe 4	(16)				
Aufgabe 5	(10)				
Aufgabe 6	(8)				
Endsumme	(90)				

Klausurnote :		
Bonus :		
Endnote :		

Aufgabe 1: Antwortblatt Verständnisfragen

Für jede Frage ist genau **eine** Antwort richtig. Markieren Sie diese **eindeutig**. Bei Single-Choice Fragen (SC) ist genau eine Antwort richtig, ist mehr als eine oder keine Antwort markiert gibt es Null Punkte. Bei kPrime Fragen (kP) ist in jedem Fall richtig oder falsch zu markieren. Die volle Punktzahl gibt es dabei bei 4 korrekten Aussagen, bei 3 korrekten Aussagen gibt es die halbe Punktzahl und bei 2 oder weniger Null Punkte.

1. A B C D
2. A B C D
3. A B C D
4. A B C D
5. A B C D
6. A B C D
7. A B C D
8. A B C D
9. A B C D
10. A B C D
11. A B C D
12. A B C D
13. A B C D
14. A B C D
15. A B C D
16. A B C D
17. A B C D

Verständnisfragen

Für jede Teilfrage ist genau **eine** Antwort richtig. Markieren Sie diese **eindeutig** auf dem Antwortblatt. Bei Single-Choice Fragen (SC) ist genau eine Antwort richtig, ist mehr als eine oder keine Antwort markiert gibt es Null Punkte. Bei kPrime Fragen (kP) ist in jedem Fall richtig oder falsch zu markieren. Die volle Punktzahl gibt es dabei bei 4 korrekten Aussagen, bei 3 korrekten Aussagen gibt es die halbe Punktzahl und bei 2 oder weniger Null Punkte.

(2 P.) *kP* – Welche der folgenden Aussagen zum Begriff Elektrolyse stimmen?

1. Es wird eine elektrische Spannung an eine Flüssigkeiten angelegt und die Ionen sammeln sich zwischen den Elektroden.

   (A) Richtig (B) Falsch

2. Mit Elektrolyse können Metalle aus geeigneten Flüssigkeiten gewonnen werden.

   (A) Richtig (B) Falsch

3. Die Menge des gewonnen Materials ist proportional zur Elektrodengrösse.

   (A) Richtig (B) Falsch

4. Die Menge des gewonnen Materials ist proportional zur Stromstärke.

   (A) Richtig (B) Falsch

(3 P.) *SC* – Ein Kupferquader 100 mm x 150 mm x 20 mm soll 0.15 mm dick vernickelt werden. Berechnen Sie wie lange das Vernickeln dauert, wenn der Strom $I = 2\,\text{A}$ beträgt. (Daten für Nickel: Dichte: $\rho = 8.9\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, Atomgewicht $A_r = 58.69$, Wertigkeit $z = 2$, Schmelzpunkt: 1455 °C, spez. Wärmekapazität: $444\,\frac{\text{J}}{\text{kg K}}$ und elektrische Leitfähigkeit: $\kappa = 139\,\frac{\text{mS}}{\text{cm}}$)

$m = \rho \cdot \Delta V = \rho\,(V_2 - V_1)$

5. Das Vernickeln dauert:

   (A) 12.2 h (B) 24.4 h (C) 122 h (D) 244 h

$V_2 = (100.3 \cdot 150.3 \cdot 20.3)\,\text{mm}^3$

jede Länge $+ 2 \cdot 0.15\,\text{mm}$

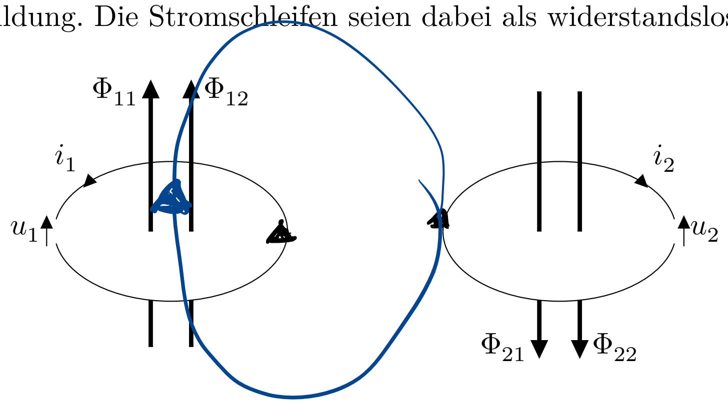
1. Faraday'sches Gesetz

$$m = \frac{A_r u}{ze} I t \rightarrow t = \frac{\rho \cdot \Delta V}{I} \frac{ze}{A_r u}$$

$$= \frac{1}{2A}(V_2 - V_1) \cdot 8.9 \frac{kg \cdot 10^{-3}}{m^3 \cdot 10^{-6}} \frac{2}{58.69} \frac{e}{u} = 88{,}1 \cdot 10^3\,s$$

$\rightarrow 24{,}4\,h$

(3 P.) SC – Gegeben seien zwei gekoppelte Stromschleifen in einer Ebene und ihre Flüsse gemäss der folgenden Abbildung. Die Stromschleifen seien dabei als widerstandslos anzunehmen.

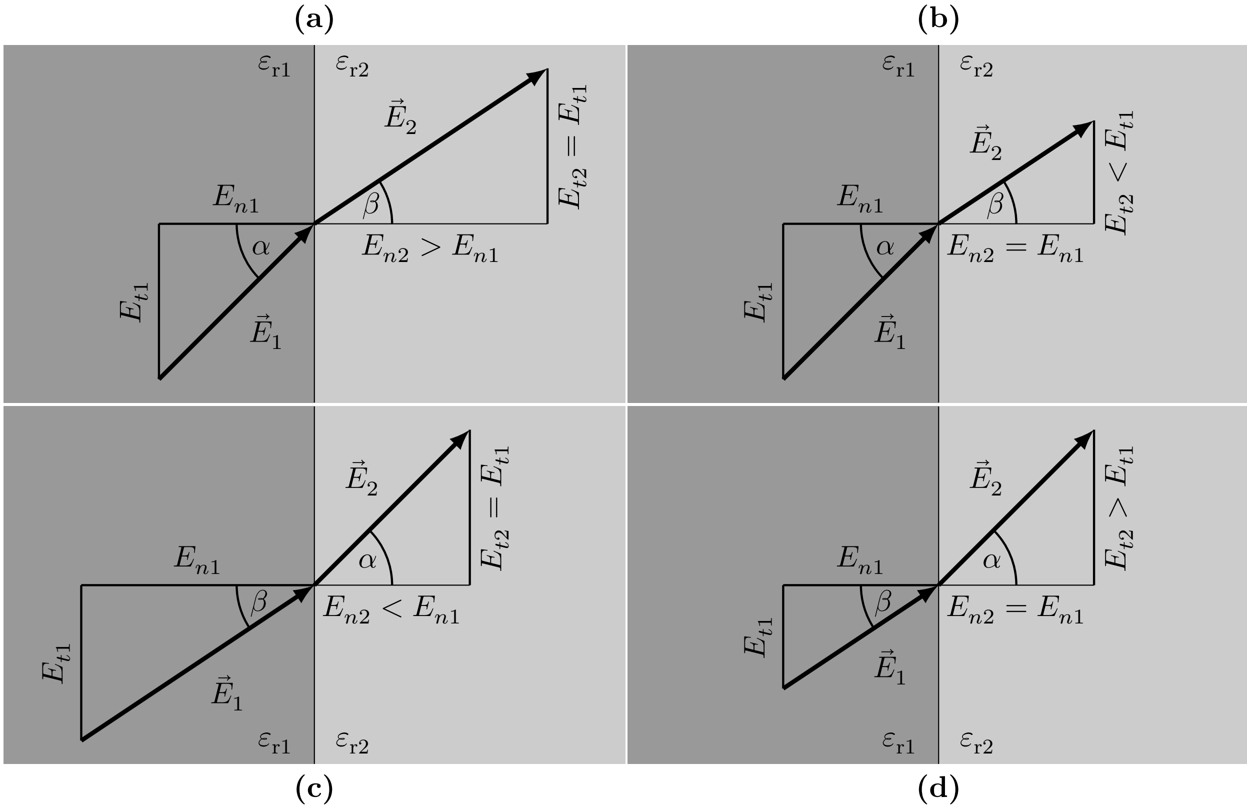


6. Welches Gleichungssystem beschreibt die gegebene Anordnung?

(A) $u_1 = +L_{11}\frac{di_1}{dt} + L_{12}\frac{di_2}{dt}$, $\quad u_2 = -L_{21}\frac{di_1}{dt} - L_{22}\frac{di_2}{dt}$
(B) $u_1 = +L_{11}\frac{di_1}{dt} + L_{12}\frac{di_2}{dt}$, $\quad u_2 = +L_{21}\frac{di_1}{dt} + L_{22}\frac{di_2}{dt}$
(C) $u_1 = -L_{11}\frac{di_1}{dt} - L_{12}\frac{di_2}{dt}$, $\quad u_2 = +L_{21}\frac{di_1}{dt} + L_{22}\frac{di_2}{dt}$
(D) $u_1 = +L_{11}\frac{di_1}{dt} - L_{12}\frac{di_2}{dt}$, $\quad u_2 = +L_{21}\frac{di_1}{dt} - L_{22}\frac{di_2}{dt}$

Alle Flüsse rechtshändig mit dem erzeugenden Strom verknüpft

(2 P.) *SC* – Gegeben seien zwei Materialien mit unterschiedlichen relativen Permitivitäten ε_{r1} und ε_{r2}. Der Übergang sei ladungsfrei und es gelte $\varepsilon_{r1} > \varepsilon_{r2}$.



7. Welcher Feldverlauf ist korrekt gezeichnet?

(A) (B) (C) (D)

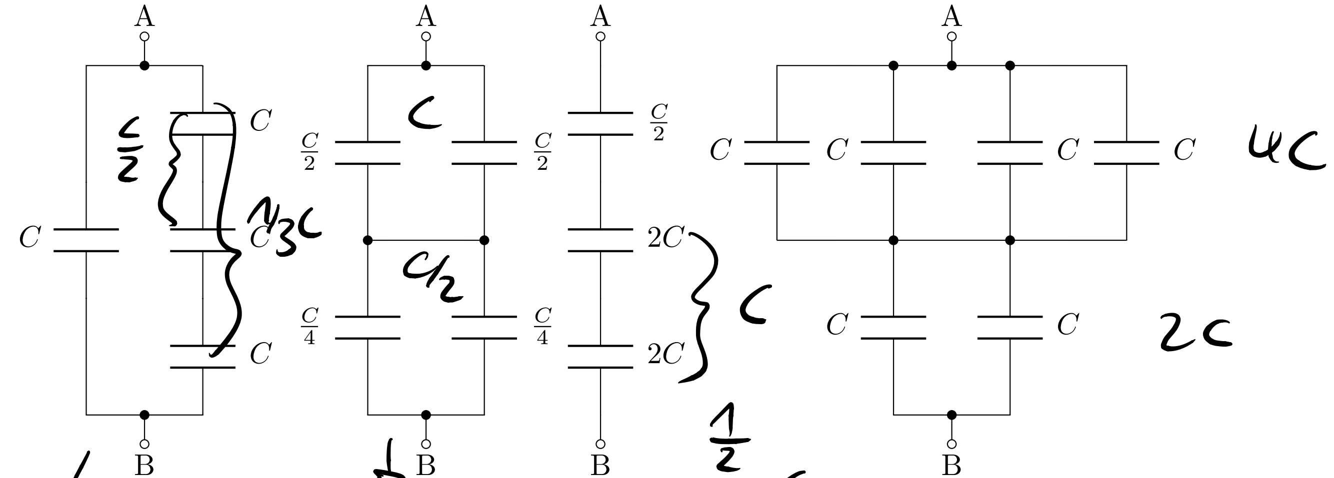
$E_{t1} = E_{t2}$

$D_{n1} = D_{n2}$

$\varepsilon_{r1} E_{n1} = \varepsilon_{r2} E_{n2}$

$E_{n1} = \underbrace{\frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}}}_{<1} E_{n2} \rightarrow E_{n1} < E_{n2}$

(3 P.) *kP* – Gegeben seien die folgenden Kondensatornetzwerke. Betrachtet wird hierbei die Gesamtkapazität C_{AB} zwischen den Klemmen A und B.



$\frac{4}{3}C$ **(a)** $\frac{1}{3}C$ **(b)** **(c)** **(d)** $\rightarrow \frac{8}{6}C = \frac{4}{3}C$

$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}}C = \frac{1}{3}C$

Bewerten Sie die folgenden Aussagen:

8. Die Netzwerke **(a)** und **(c)** weisen die gleiche Gesamtkapazität C_{AB} auf

   (A) Richtig (B) Falsch

9. Die Netzwerke **(c)** und **(d)** weisen die gleiche Gesamtkapazität C_{AB} auf

   (A) Richtig (B) Falsch

10. Die Netzwerke **(a)** und **(b)** weisen die gleiche Gesamtkapazität C_{AB} auf

    (A) Richtig (B) Falsch

11. Die Netzwerke **(b)** und **(d)** weisen die gleiche Gesamtkapazität C_{AB} auf

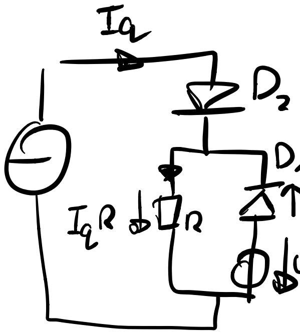
    (A) Richtig (B) Falsch

(2 P.) *SC* – Zwei identische und ideal leitende Kugeln, eine mit einer Anfangsladung $+q$ und die andere anfangs ungeladen, werden in Kontakt gebracht.

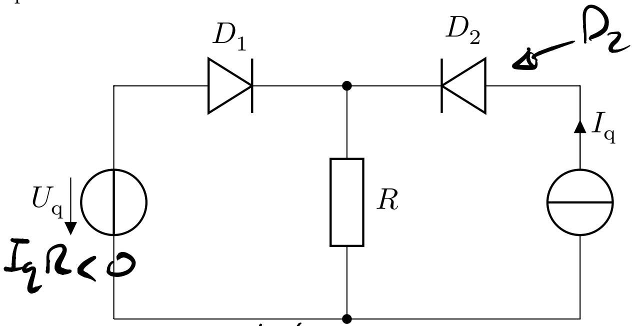
12. Wie gross ist die Ladung anschliessend auf jeder der beiden Kugeln?

    (A) Die Ladungsverteilung ändert sich nicht.
    (B) Die Kugel mit der Anfangsladung $+q$ behält diese Ladung und die andere Kugel hat die Ladung $-q$.
    (C) Beide besitzen eine Ladung von $\frac{q}{2}$
    (D) Die Kugel mit der Anfangsladung $+q$ hat die Ladung $\frac{q}{2}$ und die andere Kugel hat die Ladung $\frac{-q}{2}$.

(3 P.) *SC* – Gegeben sei das folgende Diodennetzwerk mit den idealen Dioden D_1 und D_2. Es gelte dabei $0 < U_q < I_q \cdot R$.



$U_{D_1} = U_q - I_q R < 0$



D_2 auf jeden Fall

$\rightarrow D_1$ leitet nicht

13. Welche Diode(n) leiten?

    (A) Keine (B) Nur D_1 (C) Nur D_2 (D) Beide

(3 P.) *kP* – Welche Aussagen zum Reluktanzmodell sind zutreffend:

14. Kupfer hat im Vergleich mit Eisen einen hohen magnetischen Widerstand.

    (A) Richtig (B) Falsch

15. Der magnetische Widerstand ist umgekehrt proportional zur Permeabilität.

    (A) Richtig (B) Falsch

    $R_m = \frac{l}{\mu A}$

16. Das Reluktanzmodell gilt nicht für Transformatoren mit mehr als zwei Windungskörpern.

    (A) Richtig (B) Falsch

17. Das magnetische Reluktanzmodell ist grundsätzlich verschieden zum elektrischen Stromkreis.

    (A) Richtig (B) Falsch

Aufgabe 2: Elektrisches Feld um Punktladungen

(18 P.) Gegeben sind drei gleiche, positive Punktladungen ($Q_1 = Q_2 = Q_3$) im Vakuum. Die Anordnung der Punkladungen entspricht Abbildung 1.

Alle Feldlinien zeigen nach aussen

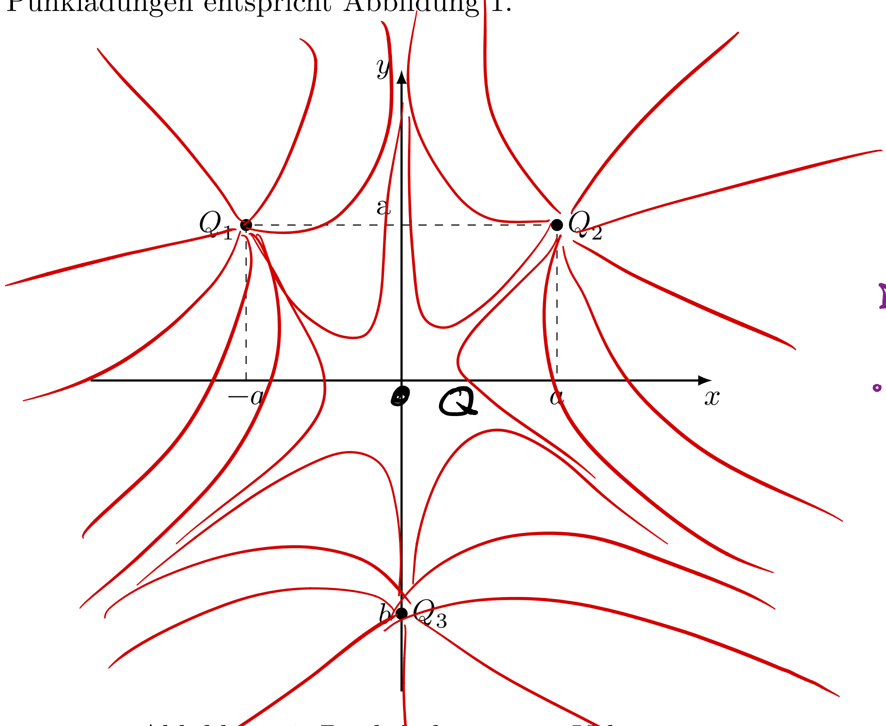


Abbildung 1: Punktladungen im Vakuum

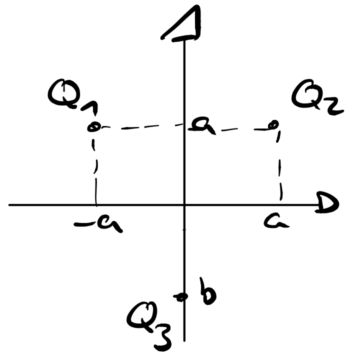
- Keine Schnittpunkte
- Abstossung
  ▷ alle positiv
- Fernfeld verhält sich wie Feld einer Punktladung

a)✓ (3 P.) Skizzieren Sie in Abbildung 1 die elektrischen Feldlinien (Nah- und Fernfeld).

b)✓ (2 P.) Zeichnen Sie in Abbildung 1 eine Ersatzladung ein, welche ein identisches Fernfeld zu der gegebenen Anordnung hat. Gebe Sie die Ladung der Ersatzladung in Abhängigkeit von Q_1 an.

$Q = 3Q_1$

c)✓ (9 P.) Bestimmen Sie die elektrische Feldstärke $\vec{E}$ entlang der x-Achse. Geben Sie die x- und y-Komponente an. Die Terme müssen nicht vereinfacht werden.



$$\vec{E} = \frac{Q}{\varepsilon_0 4\pi r^2}$$

→ wir gehen davon aus, dass b<0.
Das ist hier leider nicht klar verdeutlicht

$$\vec{E}(x, y=0) = \frac{Q_1}{\varepsilon_0 4\pi}\left[\frac{\vec{r}_1}{|\vec{r}_1|^3} + \frac{\vec{r}_2}{|\vec{r}_2|^3} + \frac{\vec{r}_3}{|\vec{r}_3|^3}\right] =$$

$\vec{e}_x(x+a) + \vec{e}_y(y-a)|_{y=0}$ $\quad$ $\vec{e}_y(y-a)|_{y=0}$ $\quad$ $\vec{e}_y(y-b)|_{y=0}$

$$= \frac{Q_1}{\varepsilon_0 4\pi}\left[\frac{\vec{e}_x(x+a) - \vec{e}_y a}{((x+a)^2+a^2)^{3/2}} + \frac{\vec{e}_x(x-a) - \vec{e}_y a}{((x-a)^2+a^2)^{3/2}} + \frac{\vec{e}_x \cdot x - \vec{e}_y b}{(x^2+b^2)^{3/2}}\right]$$

$$= \vec{e}_x \cdot \frac{Q_1}{\varepsilon_0 4\pi}\left[\frac{x+a}{((x+a)^2+a^2)^{3/2}} + \frac{x-a}{((x-a)^2+a^2)^{3/2}} + \frac{x}{(x^2+b^2)^{3/2}}\right]$$

$$- \vec{e}_y \frac{Q_1}{\varepsilon_0 4\pi} \cdot \left[\frac{a}{((x+a)^2+a^2)^{3/2}} + \frac{a}{((x-a)^2+a^2)^{3/2}} + \frac{b}{(x^2+b^2)^{3/2}}\right]$$

d)✓ (4 P.) Bestimmen sie das Verhältnis a/b, sodass im Ursprung (0,0) die y-Komponente der elektrischen Feldstärke $\vec{E}$ verschwindet. Verwenden sie

$$E_y(y) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{y-a}{(a^2+(y+a)^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{y-a}{(a^2+(y+a)^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{b}{b^3}\right] \tag{1}$$

$$E_y(0) \overset{!}{=} 0 \Leftrightarrow \cancel{\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}}\left[\frac{-a}{(a^2+a^2)^{3/2}} + \frac{-a}{(a^2+a^2)^{3/2}} + \frac{b}{b^3}\right] = 0$$

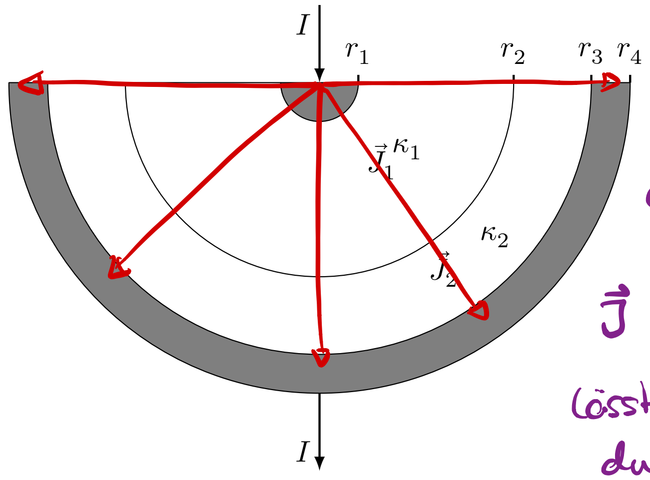
$$\frac{-2a}{2\sqrt{2}a^3} + \frac{1}{b^2} = 0$$

$$\frac{1}{b^2} = \frac{1}{\sqrt{2}\,a^2}$$

$$\frac{a}{b} = \left(\frac{1}{2}\right)^{1/4}$$

Aufgabe 3: Halbkugelförmiger, geschichteter Widerstand

(17 P.) Zwischen zwei konzentrisch angeordneten, ideal leitenden halbkugelförmigen Elektroden ($\kappa \to \infty$) befinden sich zwei in sich homogene Schichten mit Material unterschiedlicher Leitfähigkeit (κ_1 und κ_2). Die Anordnung sei dabei gemäss Abbildung 2 vom Strom I durchflossen.



$\vec{J}$ verläuft normal zu allen Grenzflächen
↓
$\vec{J}$ ist stetig und lässt sich überall durch $\frac{I}{A}$ berechnen

Abbildung 2: Halbkugelförmige Elektroden mit geschichtetem Widerstand

a)✓ (7 P.) Berechnen und Skizzieren Sie (in Abbildung 2) die Stromdichten $\vec{J}_1$ und $\vec{J}_2$ in beiden Schichten. Skizzieren Sie zusätzlich in Abbildung 3 den Verlauf der Stromdichte als Funktion des Radius und geben Sie die Stromdichten bei r_1, r_2 und r_3 in der Tabelle an.

$$\cdot\ I = \iint_A \vec{J}\, d\vec{A} = \iint_A J(r) \cdot \cancel{\vec{e}_r \cdot \vec{e}_r}\, dA = J(r) \cdot \frac{1}{2}(4\pi r^2)$$

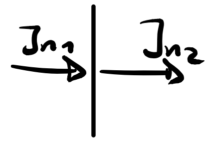
↑ Oberfläche Halbkugel

↑ beliebige Hüllfläche bei fixem r
→ Integral nicht von r abhängig, können J(r) herausnehmen

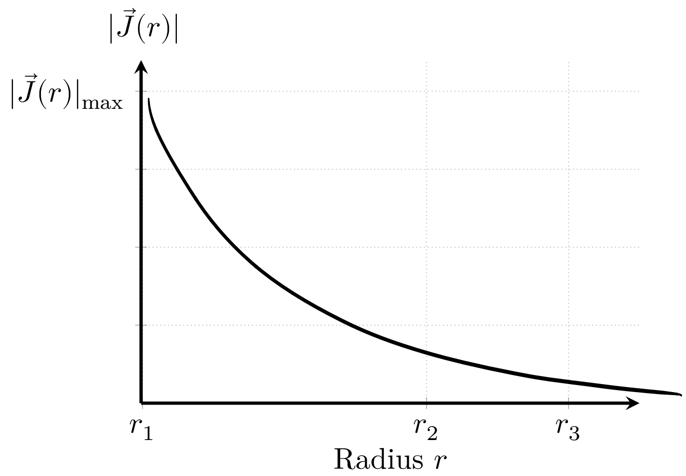
$$= J(r) \cdot 2\pi r^2 \quad \rightarrow \quad \vec{J}(r) = \frac{I}{2\pi r^2}\vec{e}_r$$

- $\vec{J}$ tritt senkrecht aus perfekt leitenden Bereich heraus:
- $\vec{J}$ verläuft nur normal zur Grenzfläche:

$\triangleright$ $J = J_n$ und da $J_{n1} = J_{n1}$



folgt $\vec{J} = \vec{J}_1 = \vec{J}_2 = \vec{e}_r \frac{I}{2\pi r^2}$



Radius	Stromdichte $\lvert\vec{J}(r)\rvert$
r_1	$\lvert\vec{J}(r)\rvert_{max} = I/2\pi r_1^2$
r_2	$I/2\pi r_2^2$
r_3	$I/2\pi r_3^2$

Abbildung 3: Stromdichte als Funktion des Radius

b) (7 P.) Welche Spannungen U_{12}, U_{23} und U_{34} fallen jeweils über den Schichten ab?

c) (3 P.) Bestimmen sie das Verhältnis κ_1/κ_2, sodass der Spannungsabfall über beide Schich-

Antwort für b)

$$U = \int \vec{E}\, d\vec{s} \qquad \rightarrow E_1 = E_{n1} \neq E_{n2} = E_2$$

$$\vec{E}_1 = \frac{1}{\kappa_1} \vec{J}_1 = \vec{e}_r \frac{I}{\kappa_1 2\pi r^2}$$

$$\vec{E}_2 = \frac{1}{\kappa_2} \vec{J}_2 = \vec{e}_r \frac{I}{\kappa_2 2\pi r^2}$$

$$U_{12} = \int_{r_1}^{r_2} \vec{E}_1\, d\vec{s} = \int_{r_1}^{r_2} \cancel{\vec{e}_r} \frac{I}{\kappa_1 2\pi r^2} \cancel{\vec{e}_r}\, dr =$$

$$= \frac{I}{\kappa_1 2\pi} \left[-\frac{1}{r} \right]_{r_1}^{r_2} =$$

$$= \frac{I}{\kappa_1 2\pi} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \frac{I}{\kappa_1 2\pi} \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}$$

$$U_{23} = \int_{r_2}^{r_3} \vec{E}_2\, d\vec{s} = \int_{r_2}^{r_3} \vec{e}_r \frac{I}{\kappa_2 2\pi r^2} \vec{e}_r\, dr =$$

$$= \frac{I}{\kappa_2 2\pi} \left[-\frac{1}{r} \right]_{r_2}^{r_3} =$$

ten gleichgross ist.

$$= \frac{I}{\kappa_2 2\pi}\left(\frac{1}{r_3} - \frac{1}{r_2}\right) = \frac{I}{\kappa_2 2\pi}\,\frac{r_3 - r_2}{r_3 r_2}$$

$U_{34} = 0 \rightarrow$ Potentialunterschiede gleichen sich in perfekt leitenden Bereichen sofort aus

Antwort für c)

$$\frac{U_{12}}{U_{23}} = \underbrace{\frac{I}{\kappa_1 2\pi}\,\frac{r_2 - r_1}{r_2 \cdot r_1}}_{U_{12}}\;\underbrace{\frac{\kappa_2 2\pi}{I}\,\frac{r_3 r_2}{r_3 - r_2}}_{1/U_{23}} =$$

$$= \frac{\kappa_2}{\kappa_1}\,\frac{r_2 - r_1}{r_3 - r_2}\,\frac{r_3}{r_1} \overset{!}{=} 1$$

$$\Rightarrow \frac{\kappa_1}{\kappa_2} = \frac{r_1}{r_3} \cdot \frac{r_3 - r_2}{r_2 - r_1}$$

Aufgabe 4: Netzwerkanalyse

(16 P.) Ein tragbares Messgerät, ersatzweise dargestellt durch den Widerstand $R_L = 250\,\Omega$, wird durch die skizzierte Spannungsversorgung gespeist. Sie besteht aus einem Netzgerät (Quellenspannung $U_{q1} = 7.5\,\text{V}$, Innenwiderstand $R_{i1} = 5\,\Omega$) sowie aus einem parallelgeschaltetem Akkumulator (Quellenspannung $U_{q2} = 5.6\,\text{V}$, Innenwiderstand $R_{i2} = 20\,\Omega$).
Es gibt drei Betriebsarten:

Ladebetrieb: S1 geschlossen, S2 geöffnet, das Netzgerät lädt den Akku.

Akku: S1 ist geöffnet, S2 geschlossen, der Akku speist den Verbraucher.

Pufferbetrieb: beide Schalter S1 und S2 sind geschlossen, das Netzgerät speist den Verbraucher und lädt den Akku.

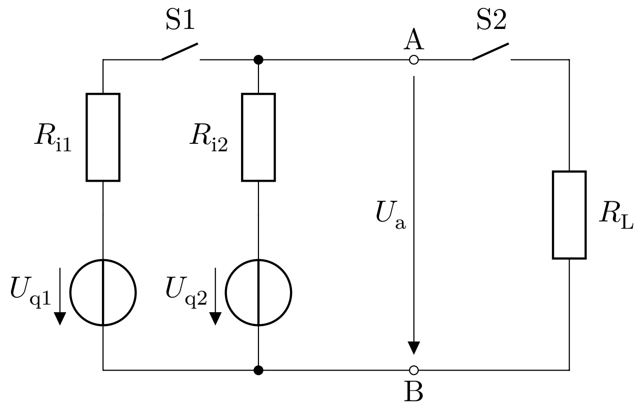
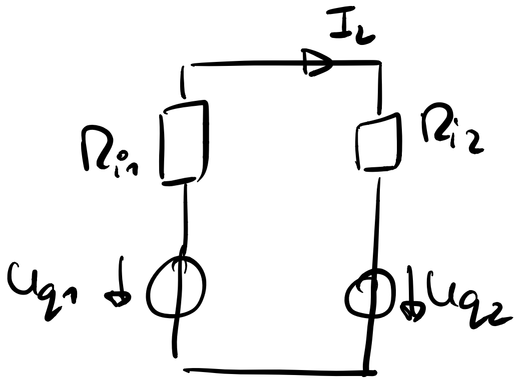


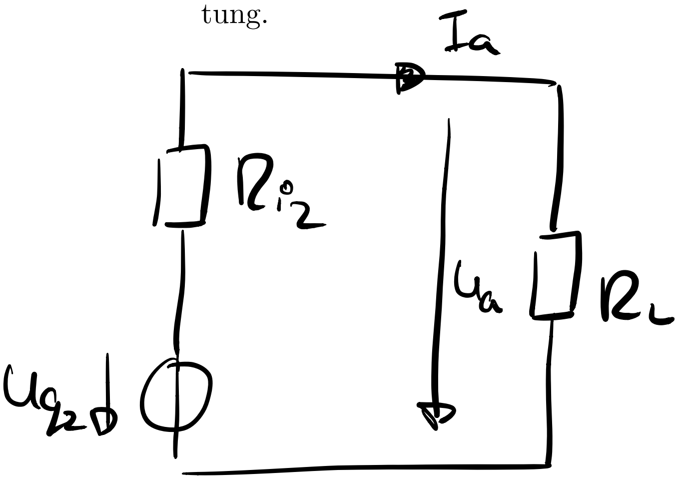
Abbildung 4: Netzwerk aus zwei Spannungsquellen

a)✓ (3 P.) Mit welcher Stromstärke I_L wird der Akku im Ladebetrieb geladen? Zeichnen Sie die vereinfachte Schaltung.



$$I_L = \underbrace{\frac{U_{q1}}{R_{i1}+R_{i2}} - \frac{U_{q2}}{R_{i1}+R_{i2}}}_{\text{Superposition}} = 76\,\text{mA}$$

b)✓ (4 P.) Wie hoch ist im Akkubetrieb der Strom I_a durch den Verbraucher und welche Klemmenspannung U_a stellt sich ein? Zeichnen Sie die dazugehörige vereinfache Schaltung.



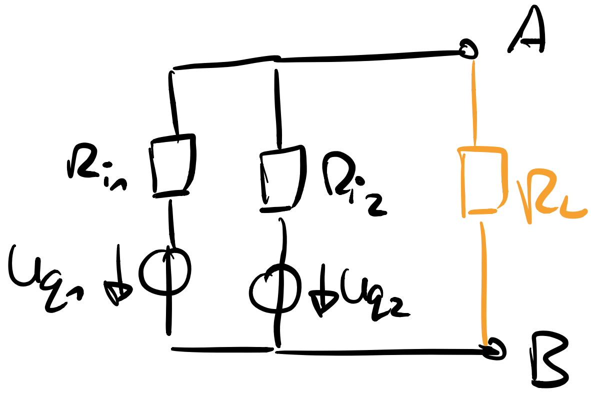
$$I_a = \frac{U_{q2}}{R_{i2}+R_L} = 20{,}7\,mA$$

$$U_a = U_{q2} \cdot \frac{R_L}{R_{i2}+R_L} = 5{,}19V$$

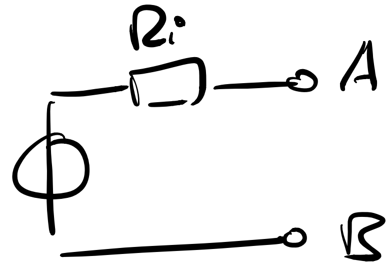
c)✓ (5 P.) Die gesamte Spannungsversorgung soll im Pufferbetrieb durch ein Spannunsquellen-Ersatzschaltbild dargestellt werden. Ermitteln Sie die Ersatzquellenspannung U_{q0} und den Ersatzinnenwiderstand R_{i0} einer äquivalenten Spannungsquelle. Zeichnen Sie die Schaltung mit Ersatzspannungsquelle.

d) (2 P.) Wie hoch ist der Verbraucherstrom I_a im Pufferbetrieb und welche Klemmenspannung U_a stellt sich ein?

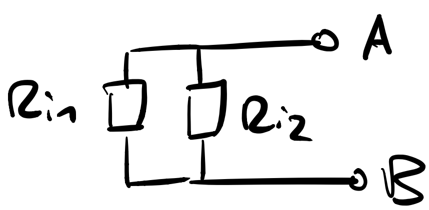
Antwort für c)



$\rightsquigarrow$

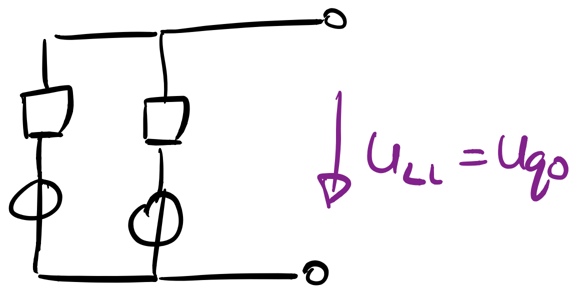


1) R_i bestimmen → alle Quellen ausschalten:



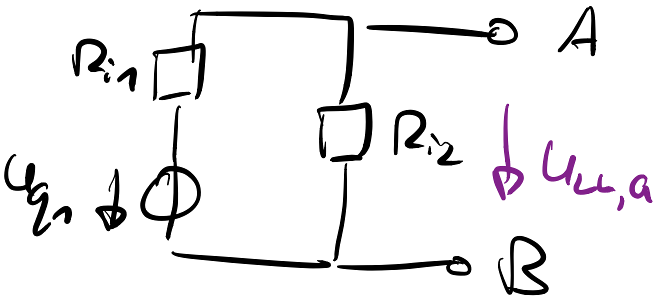
$$R_i = R_{i1} \parallel R_{i2} = \frac{R_{i1} R_{i2}}{R_{i1} + R_{i2}} = 4\,\Omega$$

2) U_{q0} bestimmen → Leerlaufspannung zwischen den Klemmen bestimmen:



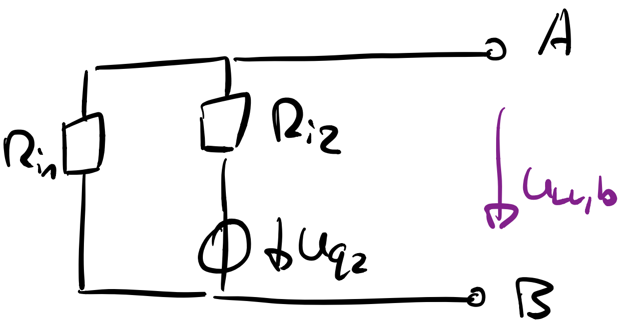
→ Superpositionsprinzip

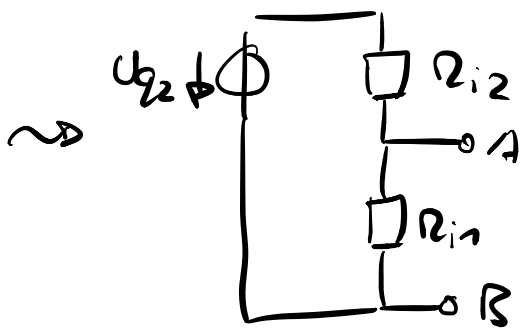
$\underline{U_{q_2} = 0:}$



$$U_{LL,a} = U_{q_1} \frac{R_{i2}}{R_{i1} + R_{i2}} = 6V$$

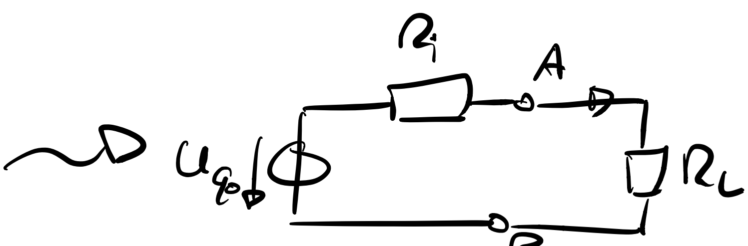
$\underline{U_{q_1} = 0:}$





$$U_{LL,b} = U_{q_2} \frac{R_{i1}}{R_{i1} + R_{i2}} = 1{,}12$$

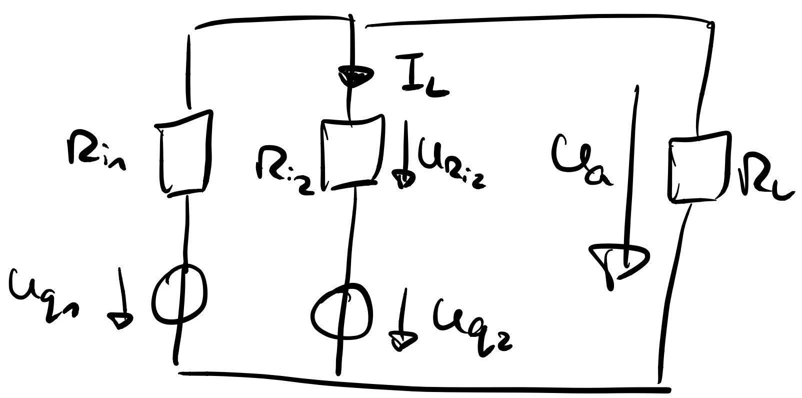
$$U_{q0} = U_{LL} = U_{LL,a} + U_{LL,b} = 7{,}12V$$



Antwort für d)

$I_a = \frac{U_{q0}}{R_i + R_L} = 28\,mA$ $U_a = I_a \cdot R_L = 7\,V$

e) (2 P.) Mit welcher Stromstärke I_L wird der Akku im Pufferbetrieb geladen?



$$I_L = \frac{U_{R_{i2}}}{R_{i2}} = \frac{U_a - U_{q2}}{R_{i2}}$$

$$= 70{,}4\,mA$$

Aufgabe 5: Kraft im inhomogenen Magnetfeld

(10 P.) Die Fläche einer Rechteckleiterschleife wird senkrecht von einem inhomogenen Magnetfeld durchsetzt (Abbildung 5). Das Magnetfeld sei in x- und z-Richtung konstant und nehme in positiver y-Richtung zu.

$$\vec{B} = B_z(x, y) = \frac{B_0}{y_0} \cdot y \tag{2}$$

wobei $B_0 > 0\,\mathrm{T}$ und $y_0 > 0\,\mathrm{m}$. Die Leiterschleife wird vom Strom I durchflossen und liegt in der positiven xy-Ebene ($x \geq 0$, $y \geq 0$,$z = 0$) mit einer Ecke im Koordinatenursprung.

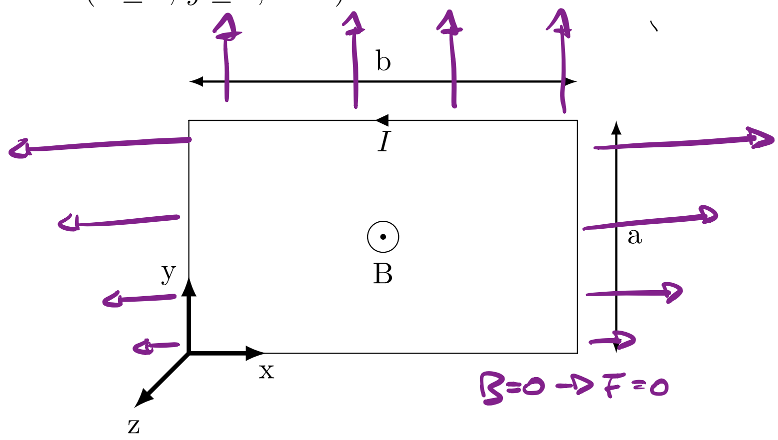


Abbildung 5: Rechteckleiterschleife im Magnetfeld

a)✓ (3 P.) Zeichnen sie die Kräfte ein, welche auf die Rechteckleiterschleife wirken. Achten sie hierbei auf Richtung und Amplitude. In welche Richtung würde sich die Leiterschleife bewegen?

$$\vec{F} = I \cdot \int_a^b (d\vec{r} \times \vec{B})$$

Kräfte in x-Richtung gleichen sich aus

→ Leiterschleife würde sich nach oben bewegen

b) (5 P.) Berechnen Sie nun die verschiedenen Teilkräfte und geben Sie diese vektoriell an.

c) (2 P.) Wie gross ist die resultierende Kraft auf die Rechteckleiterschleife?

Antwort für b)

Für $y=0$: $B=0 \rightarrow \vec{F}_{unten} = 0$

Für $y=a$: $\vec{B}(y) = \frac{B_0}{y_0} \cdot a \cdot \vec{e}_z$; $d\vec{r} = -\vec{e}_x dx$

$$\Rightarrow \vec{F}_{oben} = I \cdot \int_0^b d\vec{r} \times \vec{B}(a) =$$

$$= I \cdot \int_0^b (-\vec{e}_x) \times \vec{e}_z \; \frac{B_0}{y_0} a \cdot dx =$$

$$= \vec{e}_y \cdot I \cdot \frac{B_0}{y_0} a \cdot b$$

Für $x=0$ $0 \leq y \leq a$: $\vec{B}(y) = \frac{B_0}{y_0} \cdot y \, \vec{e}_z$

$d\vec{r} = -\vec{e}_y dy$

$$\Rightarrow \vec{F}_{links} = I \cdot \int_0^a d\vec{r} \times \vec{B}(y) =$$

$$= I \int_0^a (-\vec{e}_y) \times \vec{e}_z \; \frac{B_0}{y_0} \cdot y \, dy = (-\vec{e}_x) \; I \frac{B_0}{y_0} \left[\frac{1}{2} y^2\right]_0^a =$$

$$= (-\vec{e}_x) \frac{B_0}{2 y_0} a^2$$

Für $x = b$, $0 \leq y \leq a$

$\rightarrow$ Aus Symmetrie gleich gross aber in $\vec{e}_x$-Richtung

$$\Rightarrow \vec{F}_{rechts} = \vec{e}_x \frac{B_0}{2y_0} a^2$$

Antwort für c)

$$\vec{F}_{tot} = \cancel{\vec{F}_{rechts} + \vec{F}_{links}}^{\,=0} + \underbrace{\vec{F}_{unten}}_{=0} + \vec{F}_{oben} =$$

$$= \vec{F}_{oben} = \vec{e}_y \, I \, \frac{B_0}{y_0} \cdot a \cdot b$$

Aufgabe 6: Induktion

(8 P.) Eine rechteckig gewickelte Spule mit der Breite $b = 25\,\mathrm{mm}$ und der Windungszahl $N = 100$ wird mit der konstanten Geschwindigkeit $v = 1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ durch ein homogenes Magnetfeld bewegt. Wenn sich die Spule vollständig im Magnetfeld befindet, wird sie vom Fluss $\Phi_{\mathrm{max}} = 0.625\,\mathrm{mWb}$ durchsetzt. Welche Spannung wird im zeitlichen Verlauf in der Spule induziert? Stellen sie den zeitlichen Verlauf der Spannung und des Flusses grafisch in Abbildung 7 dar.

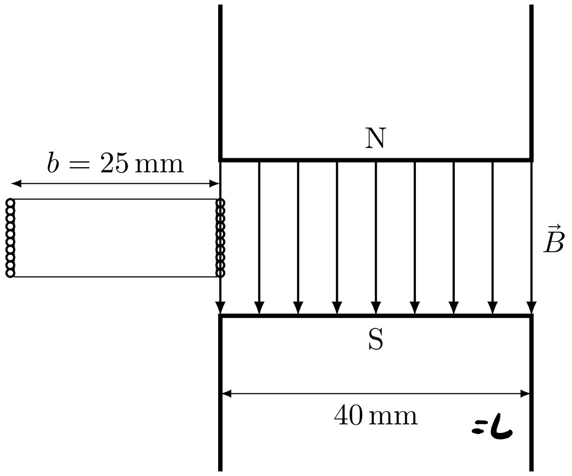


Abbildung 6: Spule zum Zeitpunkt $t_0 = 0\,\mathrm{s}$

Alle Phasen unterteilen:

$0 < t < t_1 = \frac{b}{v} = 25\,\mathrm{ms}$ → Einführen in das Magnetfeld

$$\Phi(t) = \Phi_{max} \cdot \frac{t}{t_1}$$

$$u(t) = -\frac{d\Phi}{dt} = -\Phi_{max}\frac{v}{b} = -25\,\mathrm{mV}$$

$t_1 < t < t_2 = t_1 + \frac{L-b}{v} = 40\,\mathrm{ms}$ → Wandern durch Magnetfeld

$$\Phi(t) = \Phi_{max}, \quad u(t) = -\frac{d\Phi}{dt} = 0\,\mathrm{V}$$

$t_2 < t < t_3 = t_2 + \frac{b}{v} = 65ms$ $\rightarrow$ Herausführen aus Magnetfeld

$$\Phi(t) = \Phi_{max}\left(1 - \frac{t - t_2}{t_3 - t_2}\right)$$

$$u(t) = -\frac{d\Phi}{dt} = \Phi_{max}\frac{1}{t_3 - t_2} = \Phi_{max}\frac{v}{b} = 25mV$$

$t > t_3$ $\rightarrow$ Ausserhalb des Magnetfeldes

$\Phi(t) = 0 \rightarrow u(t) = 0$

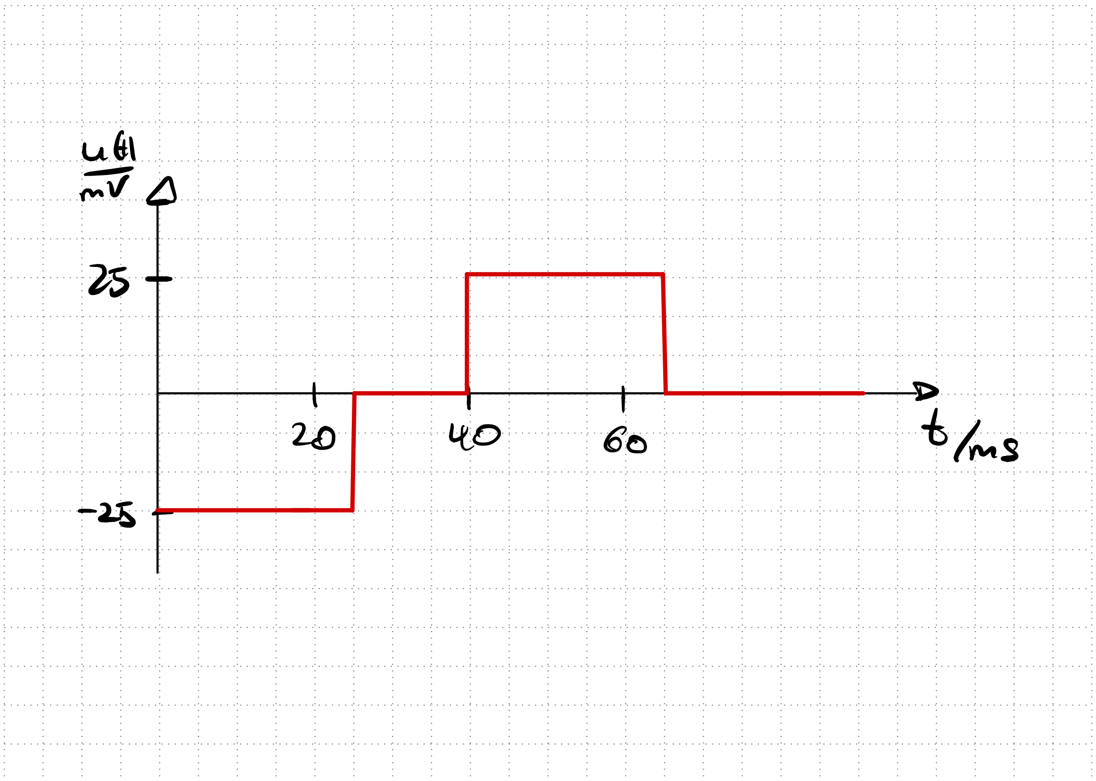


Abbildung 7: Zeichenfläche für den zeitlichen Verlauf der Spannung und des Flusses